Uwe Meixner · Albert Newen (Hrsg.)

Philosophiegeschichte und logische Analyse

Logical Analysis and History of Philosophy

4

Schwerpunkt:
Grundlagen der Analytischen Philosophie

Focus:
Foundations of Analytic Philosophy

mentis
Paderborn

Die Deutsche Bibliothek – CIP-Einheitsaufnahme

Ein Titeldatensatz für diese Publikation ist bei
Der Deutschen Bibliothek erhältlich.

Umschlaggestaltung: Anna Braungart, Regensburg

Gedruckt auf umweltfreundlichem, chlorfrei gebleichtem
und alterungsbeständigem Papier ∞ ISO 9706

Printed in Germany
Herstellung: Rhema – Tim Doherty, Münster
ISBN 3-89785-153-9

Buchbesprechungen

Book Reviews

Paolo Mancosu (Ed.):
From Brouwer To Hilbert. The Debate on the Foundations of Mathematics in the 1920s

Oxford University Press 1998

Da der Verlag Mancosu als Autor ausgewiesen hat, wird man zuerst enttäuscht sein, wenn man zu diesem Buch aufgrund eines Literaturhinweises greift. Denn statt einer Monographie zu diesem Thema, die mehr als überfällig wäre, und für die Mancosu sicher ein kompetenter Autor wäre, findet man „lediglich" eine um Einführungen erweiterte Aufsatzsammlung vor. Diese Enttäuschung hat das Buch aber nicht verdient. Im Gegenteil, Mancosu und mit ihm Walter van Stigt, Benito Müller und Amy Rocha haben hervorragende Arbeit geleistet und ein Werk vorgelegt, das in keiner philosophischen sowie mathematischen Bibliothek fehlen darf.

Es werden insgesamt 25 Texte aus der Hochzeit der Debatte um die Grundlagen der Mathematik in der Regel zum ersten Mal in englischer Übersetzung vorgelegt. Die Auswahl entstand aus den Erfahrungen eines Seminars von Mancosu über Philosophie der Mathematik in Oxford, bei der er das Fehlen von englischen Übersetzungen vieler zentraler Texte aus dem Grundlagenstreit feststellen mußte. Diese Lücke zu schließen, ist der Anspruch dieses Werkes. Zwar äußert Mancosu in der Einleitung die anfängliche Befürchtung, daß die Auswahl der Texte nach dem Kriterium der (bislang) fehlenden Übersetzung zu einer Unausgewogenheit in den verschiedenen Bereichen führen könnte, doch können wir uns seiner Meinung anschließen, daß das Ergebnis diese Befürchtungen widerlegt.

Bei den abgedruckten Artikeln, die in den jeweiligen Abschnitten chronologisch geordnet sind und weitestgehend aus den Jahren 1920 bis 1930 stammen, handelt es sich um die folgenden Werke:

1. Brouwer, Intuitionistische verzamelingsleer (Intuitionistic Set Theory). KNAW Verslagen 29, S. 797–802, 1921. In deutscher Fassung als Intuitionistische Mengenlehre veröffentlicht in JDMV 28, S. 203–208, 1921 sowie in KNAW Proceedings 23, S. 949–954, 1922.
2. Brouwer, Besitzt jede reelle Zahl eine Dezimalbruchentwicklung? (Does Every Real Number Have a Decimal Expansion?). KNAW Verslagen 29, S. 803–812, 1921. Wiederabgedruckt in Proceedings of the KNAW 23, S. 955–964, 1921 sowie in den Mathematischen Annalen 83, S. 201–210, 1921.
3. Brouwer, Bewijs dat iedere volle functie gelijkmatig continu is (Proof that Every Full Function Is Uniformly Continuous). KNAW Verslagen 33,

S. 189–193, 1924. In deutscher Fassung als Beweis dass jede volle Funktion gleichmässig stetig ist veröffentlicht in KNAW Proceedings, S. 286–290, 1924.

4. Brouwer, Intuitionistische Betrachtungen über den Formalismus (Intuitionist Reflections on Formalism). KNAW Proceedings 31, S. 374–379, 1928. Wiederabgedruckt in Sitzungsberichte der preussischen Akademie der Wissenschaften, S. 48–52, 1928. (Ohne § 2 bereits in van Heijenhoort 1967 übersetzt).
5. Brouwer, Mathematik, Wissenschaft und Sprache (Mathematics, Science, and Language). Monatshefte für Mathematik und Physik 36(1), S. 153–164, 1929.
6. Brouwer, Die Struktur des Kontinuums (The Structure of the Continuum). Wien, 1930.
7. Weyl, Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik (On the New Foundational Crisis of Mathematics). Mathematische Zeitschrift 10, S. 37–79, 1921.
8. Brouwer, Comments on Weyl, 1921. Notizen von Brouwer in einem Manuskript und der Druckausgabe von Weyl 1921 sowie ein Briefentwurf an Weyl.
9. Weyl, Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik (The Current Epistemological Situation in Mathematics). Symposion 1, S. 1–32, 1925–27.
10. Hölder, Der angebliche circulus vitiosus und die sogenannte Grundlagenkrise in der Analysis (The Alleged *Circulus Vitiosus* and the So-Called Foundational Crisis in Analysis). Sitzungsberichte der Leipziger Akademie 78, S. 243–250, 1926.
11. Bernays, Die Bedeutung Hilberts für die Philosophie der Mathematik (Hilbert's Significance for the Philosophy of Mathematics). Die Naturwissenschaften 10, S. 93–99, 1922.
12. Hilbert, Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung (The New Grounding of Mathematics. First Report). Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität 1, S. 157–177, 1922.
13. Bernays, Über Hilberts Gedanken zur Grundlegung der Arithmetik (On Hilbert's Thoughts Concerning the Grounding of Arithmetic). JDMV 31, S. 10–19, 1922.
14. Bernays, Erwiderung auf die Note von Herrn Aloys Müller: Über Zahlen als Zeichen (Reply on the Note by Mr. Aloys Müller „On Numbers as Signs"). Mathematische Annalen 90, S. 159–163, 1923.
15. Hilbert, Probleme der Grundlegung der Mathematik (Problems of the Grounding of Mathematics). Mathematische Annalen 102, S. 1–9, 1929.
16. Bernays, Die Philosophie der Mathematik und die Hilbertsche Beweistheorie (The Philosophy of Mathematics and Hilbert's Proof Theory). Blätter für deutsche Philosophie 4, S. 326–367, 1930–31.
17. Hilbert, Die Grundlegung der elementaren Zahlentheorie (The Grounding of Elementary Number Theory). Mathematische Annalen 104, S. 485–494, 1931.

18. Brouwer, Intuitionistische splitsing van mathematische grondbegrippen (Intutionist Splitting of the Fundamental Notions of Mathematics). Verslagen der KNAW 32, S. 877–880, 1923.
19. Brouwer, Intuitionistische Zerlegung mathematischer Grundbegriffe (Intutionist Splitting of the Fundamental Notions of Mathematics). JDMV 33, S. 251–256, 1925. Abschnitt 1 der deutsche Fassung von 18.
20. Brouwer, Zur intuitionistischen Zerlegung mathematischer Grundbegriffe (Addendum to „Intuitionist Splitting of the Fundamental Notions of Mathematics"). JDMV 36, S. 127–129, 1927.
21. Borel, À propos de la recente discussion entre M. R. Wavre et M. P. Levy (Concerning the Recent Discussion between Mr. R. Wavre and Mr. P. Levy). Revue de Métaphysique et de Morale 34, S. 271–276, 1927.
22. Glivenko, Sur quelques points de la logique de M. Brouwer (On Some Points of the Logic of Mr. Brouwer). Académie Royale de Belgique, Bulletin 15, S. 183–188, 1929.
23. Heyting, Sur la logique intuitionniste (On Intuitionistic Logic). Académie Royale de Belgique, Bulletin 16, S. 957–963, 1930.
24. Heyting, Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik (The Formal Rules of Intuitionistic Logic). Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, S. 42–56, 1930.
25. Kolmogorov. Zur Deutung der intuitionistischen Logik (On the Interpretation of Intuitionistic Logic). Mathematische Zeitschrift 35, S. 58–65, 1932.

Die ausgewählten Artikel sind in vier Gruppen eingeteilt:

1. L.E.J. Brouwer
2. H. Weyl
3. P. Bernays und D. Hilbert
4. Intuitionistische Logik

Jede dieser Gruppen ist mit einer fundierten Einleitung versehen.

Mit Ausnahme der Texte 12 und 17, die aus der Aufsatzsammlung *From Kant to Hilbert* von William Ewald (1996) übernommen wurden (und auch von Ewald übersetzt sind), erscheinen hier alle Texte zum ersten Mal in englischer Übersetzung. Als nichtenglischer Muttersprachler will ich die Qualität der Übersetzung nicht bewerten. Es ist aber lobend hervorzuheben, daß bei vielen zentralen, doppeldeutigen und/oder mit speziellen Konnotationen behafteten Begriffen, das niederländische, deutsche oder französische Originalwort der Übersetzung nachgestellt wurde (z. B. „Frege introduces the numbers [*Zahlen*] as Numbers [*Anzahlen*] (cardinal numbers)" S. 241). Ohne Zweifel wird dieses Buch als Standardreferenz für Zitate in englischen Aufsätzen zur Grundlagendebatte der Mathematik dienen. Allerdings kann es natürlich nicht die Originalartikel ersetzen und für eine wissenschaftliche Auseinandersetzung bleibt die Kenntnis der Originalsprachen unerläßlich. Das gilt ebenso für Seminare an deutschen Universitäten, die selbstverständlich die entsprechenden deutschen Artikel zugrunde zu legen haben.

Das Buch stellt aber auch kein reines Nachschlagewerk dar, sondern erfüllt, insbesondere aufgrund der Einleitungen, auch seine Funktion als Grundlage für ein Seminar über die Grundlagendebatte. (In diesem Zusammenhang ist der Verlag zu loben, der neben der gebundenen auch eine für Studenten eher erschwingliche „Paperback"-Ausgabe im Angebot hat.) Dabei muß man allerdings berücksichtigen, daß wesentliche Aufsätze dieser Debatte in diesem Buch fehlen, da sie bereits in van Heijenoorts Standardwerk *From Frege to Gödel* erschienen sind:

- Brouwer, Über die Bedeutung des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten in der Mathematik, insbesondere in der Funktionentheorie (On the significance of the principle of excluded middle in mathematics, especially in function theory). Journal für reine und angewandte Mathematik 154, S. 1–7, 1923.
- Hilbert, Über das Unendliche (On the infinite). Mathematische Annalen 95, S. 161–190, 1925.
- Kolmogorov, „On the principle of excluded middle" [auf Russisch]. Matematitschskij Sbornik 32, S. 646–667, 1925.
- Finsler, Formale Beweise und die Entscheidbarkeit (Formal proofs and undecidability). Mathematische Zeitschrift 25, S. 676–682, 1926.
- Brouwer, Über Definitionsbereiche von Funktionen (On the domains of definition of functions). Mathematische Annalen 97, S. 60–75, 1927.
- Hilbert, Die Grundlagen der Mathematik (The foundations of mathematics). Abhandlungen aus dem mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität 6, S. 65–85, 1928.
- Weyl, Diskussionsbemerkungen zu dem zweiten Hilbertschen Vortrag über die Grundlagen der Mathematik (Comments on Hilbert's second lecture on the foundations of mathematics). Abhandlungen aus dem mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität 6, S. 86–88, 1928.
- Ackermann, Zum Hilbertschen Aufbau der reellen Zahlen (On Hilbert's construction of the real numbers), Mathematische Annalen 93, S. 1–36, 1928.

Insofern kann dieses Buch nur als Ergänzung dienen, doch als solche ist es äußerst wertvoll. Allerdings kommt man an dieser Stelle nicht umhin, den geradezu populistischen Titel zu kritisieren, der offensichtlich in Anlehnung an van Heijenhoort gewählt wurde, wobei dem Herausgeber und dem Verlag hätte klar sein müssen, daß es ein großes Wagnis ist, sich an dessen Werk messen zu lassen. Im Gegensatz dazu würde der Untertitel *The Debate on the Foundations of Mathematics in the 1920s* den Anspruch und auch dessen Einlösung genau auf den Punkt bringen und wäre als Haupttitel sicherlich geeigneter gewesen.

Die übersetzten Arbeiten, die zum Teil von erfrischender, heutzutage leider nicht mehr anzutreffender Kürze und Prägnanz sind, sind hier nicht im einzelnen zu besprechen. An der Auswahl, die sich ursprünglich am Bedarf an Übersetzungen orientierte, kann man nichts aussetzen. Insbesondere den Artikeln 10, 14, 21 und 22 dürfte sich durch das Buch ein neuer Leserkreis eröffnen, den sie zweifelsohne verdient haben. In der Auswahl finden sich gleichermaßen philosophische wie mathematische Artikel. Letztere werden, trotz der guten Einleitungen, die den Leser auch auf die technischen Anforderungen vorbereiten, für den rein philosophischen Leser schwer zugänglich bleiben. Daß es aber eben um Philosophie der *Mathematik* geht, liegt diese Problematik in der Natur der Sache und die Berücksichtigung der technischen Artikel ist gerade hervorzuheben.

Neben den 25 Artikeln lebt das Buch vor allem von den sehr guten Einleitungen zu den vier Hauptabschnitten, auf die im folgenden näher eingegangen wird. Allgemein ist dabei hervorzuheben, daß sich alle Einleitungen durch umfangreiche Bibliographien auszeichnen, die neben den Werken der Hauptvertreter auch die Sekundärliteratur umfassen.

Für den Abschnitt über Brouwer konnte Mancosu Walter van Stigt gewinnen, der auf 22 Seiten Brouwers intuitionistisches Programm darlegt und kurz die ausgewählten Artikel kommentiert. Die Einführung gibt dem Leser ein gutes, abgerundetes Bild von Brouwers Philosophie insbesondere im historischen Kontext. Ein Kritikpunkt sei allerdings erlaubt: „the unjustified and illegal dismissal of Brouwer from the editorial board of the *Mathematische Annalen* by Hilbert 1928“ klingt doch allzu zu Pro-Brouwersch in einer Angelegenheit, die wohl etwas diffiziler ist. Auch wenn van Stigts Wertung für die inhaltliche Debatte nicht weiter relevant ist, könnte sie bei einem unbedarften Leser doch den falschen Eindruck erwecken, als ob die Rollen im Annalenstreit eindeutig verteilt wären. Ich möchte hier nicht die ungeheuerlichen Vorwürfe Fraenkels, der Brouwer in der Zeit durchaus nahestand (van Dalen 1999), wiederholen (Fraenkel 1967, S. 161). Dem Leser wäre allerdings mit einem Hinweis auf den meines Erachtens weitestgehend wertungsfrei die vorhanden Fakten darstellenden Artikel von van Dalen im *Mathematical Intelligencer* mehr geholfen (van Dalen 1990).

Bei der Einführung zu Weyl kann man Mancosu nur mit Nachdruck beipflichten, wenn er schreibt: „Hermann Weyl's role in the debate on the foundations of mathematics in the 1920s cannot be overestimated.“ Neben dessen Werk *Das Kontinuum* von 1918 (das allerdings auch erst überraschend spät, nämlich 1987, ins Englische übersetzt wurde) stellen die beiden hier übersetzten Artikel von Weyl sicher Marksteine der Grundlagendebatte dar, die insbesondere auf mathematischer Seite ihre Wirkung nicht verfehlten. Mancosus Einführung mit dem Titel *Hermann Weyl: Predicativity and an Intuitionistic Excursion* (S. 65–85) zeichnet sich neben der historischen Einordnung Weyls vor allem aus durch eine – hoffentlich auch für mehr philosophisch ausgerichtete Leser ohne mathematischen Hintergrund – leicht verständliche, aber durchaus technische Einführung in die Problematik der Imprädikativität. Als kleinen Zusatz sollte man aber in der Schlußbemerkung zur prädikativen Mathematik: „Through the work of Lorenzen, Feferman, and others, [...]“ den Namen Schüttes (des letzten Doktoranden Hilberts) durchaus explizit erwähnen (Schütte 1964, 1965).

Die Einleitung *Hilbert and Bernays on Metamathematics* (S. 149–188) bildet sicherlich den Höhepunkt des Buches. Mancosu gibt hier einen Überblick über die verschiedenen Grundlagenströmungen in den 1920er Jahren, insbesondere in Hinblick auf Hilberts Position. Zudem wird Bernays Rolle bei der Klärung und Konkretisierung von Hilberts Ideen adäquat gewürdigt (Zach 1999). Dabei hält Mancosu konsequent einen neutralen Standpunkt ein, von dem aus die verschiedenen Positionen historisch sauber dargestellt werden, ohne sie in irgendeiner Form einer inhaltlichen Wertung zu unterwerfen. Wenn er sich gelegentlich der ein oder anderen inhaltlichen Interpretation anschließt, so geschieht dies immer explizit unter Angabe einer passenden Referenz. Generell hat er konsequent die dargestellten Positionen mit Zitaten aus den zeitgenössischen Artikeln belegt. Gleichermaßen wird aber auch die aktuelle historische Debatte berücksichtigt.

Die gemeinsam von van Stigt und Mancosu geschriebene Einleitung zum letzten Kapitel über intuitionistische Logik ist vergleichsweise kurz ausgefallen (10 Seiten). Eventuell läßt sich das auch darauf zurückführen, daß sich dieses Kapitel nicht unmittelbar in das Buch eingliedern lassen will. An dieser Stelle muß man erneut den Titel kritisieren: Wenn man versucht, ihn nicht nur als einfache Anlehnung an van Heijenoort zu lesen, sondern ernstzunehmen, stellt sich die Frage, ob der Herausgeber wirklich eine – inhaltliche oder zeitliche – Richtung von Brouwer zu Hilbert andeuten will. Beides wäre zweifellos unbegründet, auch wenn die Debatte von Brouwer neu angestoßen wurde. Wenn man dann noch die intuitionistische *Logik* und insbesondere ihre Formalisierung, die von Brouwer bestenfalls toleriert, aber keinesfalls als Realisierung seiner philosophischen Ansprüche angesehen wurde, an das Ende des Buches stellt, kann leicht der Eindruck entstehen, Hilbert hätte auf der Basis des Formalismus den Grundlagenstreit für sich entschieden. Dieser Eindruck dürfte weder vom Herausgeber beabsichtigt sein, noch entspricht er – in dieser Form – den historischen Tatsachen (auch wenn sich Hilbert innerhalb der Mathematik später klar durchgesetzt hat). Unabhängig von dieser Frage stellt das letzte Kapitel für sich genommen allerdings eine sehr gute Abrundung der Grundlagendebatte der 1920er Jahre dar. Die Einführung gibt dem Leser auch wieder einen ausreichenden Hintergrund für das Verständnis der Aufsätze. Daß diese vergleichsweise technisch ausgefallen sind, insbesondere bei Heyting, liegt in der Natur der Sache und gibt auch einen guten Hinweis darauf, in welcher Form sich die Debatte dann in den 1930er Jahren fortsetzt. Man denke nur an Gödels Artikel über die Unvollständigkeit, der ohne einen einzigen philosophischen Satz die Grundlagen der Mathematik in ein neues Licht zu setzen vermochte.

Zusammenfassend läßt sich nur noch einmal wiederholen, daß Mancosu zusammen mit seinen Mitstreitern ein hervorragendes Werk vorgelegt hat. Es erfüllt, auf englischsprachiger Basis, gleichermaßen seine Funktion als Referenzwerk sowie als Grundlage für Seminare über die Grundlagendebatte in der Mathematik (in Ergänzung zu van Heijenoort). Dabei zahlt es sich auch aus, daß man sich bewußt auf die 1920er beschränkt hat und die Gödelschen Unvollständigkeitsresultate außer Acht läßt. Unter den Einleitungen ist besonders die zu Hilbert und Bernays hervorzuheben. Sie würde es verdienen, als eigene Veröffentlichung einen weiteren Leserkreis zu erhalten. Eine vergleichbare Übersicht, die die Positionen zu diesem Thema in der 1920er Jahren darstellen würde, ist mir nicht bekannt. Ihretwegen läßt sich das Buch auch für Seminare über Grundlagen der Mathematik an deutschen Universitäten empfehlen.

Literatur

William Ewald: From Kant to Hilbert: Readings in the Foundations of Mathematics. Oxford University Press 1996.

Abraham A. Fraenkel: Lebenskreise. Aus dem Erinnerungen eines jüdischen Mathematikers. Deutsche Verlags-Anstalt 1967.

Kurt Schütte: Eine Grenze der Beweisbarkeit der transfiniten Induktion in der verzweigten Typenlogik. In: *Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung* 7, 1964, S. 45–90.

Kurt Schütte: Predicative well-orderings. In: J. Crossley and M. Dummett (Eds.). Formal Systems and Recursive Functions. North-Holland 1965, S. 280–303.

Dirk van Dalen: The War of the Frogs and the Mice, or the Crisis of the Mathematische Annalen. In: Math. Intelligencer 12, 1990, S. 17–31.

Dirk van Dalen: Mystic, Geometer, and Intuitionist: The Life of L.E.J. Brouwer. Volume I. The dawning Revolution. Oxford University Press 1999.

Jean van Heijenoort (Ed.): From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931. Harvard University Press 1967.

Richard Zach: Completeness before Post: Bernays, Hilbert, and the development of propositional logic, In: Bulletin of Symbolic Logic 5 (3), 1999, S. 331–366.

Reinhard Kahle, Ludwig-Maximilians-Universität München